ENTRÉNATE RESOLVIENDO PROBLEMAS

ORGANIZA LA INFORMACIÓN Y PLANIFICA LA RESOLUCIÓN

Página 11

Piensa e intenta resolver

1 **Una máquina fabrica 5 tuercas por minuto. Trabaja de lunes a jueves de 8 h a 13 h y de 15 h a 17 h, y los viernes, de 8 h a 14 h. Para atender un pedido de 25 000 tuercas, comienza a trabajar el miércoles 24 de mayo a las 11 de la mañana. ¿Cuándo completará el pedido?**

La máquina hace 5 tuercas por minuto, por lo que, para hacer 25 000 tuercas, necesitará:

$$\frac{25\,000}{5} = 5\,000 \text{ min} = 83 \text{ h } 20 \text{ min}$$

Una semana completa trabaja: 7 h · 4 + 6 h = 34 h

El primer día de trabajo, miércoles 24 de mayo, comienza a trabajar a las de 11 h, así que trabajará: 7 – 3 = 4 h

De este modo, durante la semana del 22 al 28 de mayo, solo trabajará el miércoles 24 (4 h), el jueves 25 (7 h) y el viernes 26 (6 h), es decir, un total de 17 h.

Entonces, le quedan por trabajar para completar el pedido: 83 h 20 min – 17 h = 66 h 20 min

L	M	X	J	V	S	D
		24	25	26	27	28
29	30	31	1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11

Si trabaja una semana más, hasta el 4 de junio, le faltarán para terminar el pedido:

66 h 20 min – 34 h = 32 h 20 min (algo menos de una semana)

Si le restamos las horas trabajadas durante 4 días completos, hasta el jueves 8 de junio incluido, le faltarían aún por trabajar: 32 h 20 min – 28 h = 4 h 20 min

Por tanto, tendrá que trabajar también el viernes 9 de junio durante 4 h 20 min, así que, como comienza a las 8 h, acabará a las 12 h 20 min.

La máquina completará el pedido el viernes 9 de junio a las 12 h 20 min.

2 **Un motorista sale de su casa para acudir a una cita. Se da cuenta de que si viaja a 60 km/h llegará un cuarto de hora tarde, pero si lo hace a 100 km/h, llegará un cuarto de hora antes. ¿A qué distancia está su destino?**

- ***A 60 km/h, ¿a qué distancia del lugar se encontrará a la hora de la cita?***
- ***A 100 km/h, ¿cuántos kilómetros de más recorrería si continuara a dicha velocidad?***
- ***Por tanto, ¿cuántos kilómetros más recorre yendo a 100 km/h que yendo a 60 km/h?***

A 60 km/h llegará $\frac{1}{4}$ h tarde, por lo que a la hora de la cita se encontrará a $60 \cdot \frac{1}{4} = 15$ km del lugar.

A 100 km/h llegará $\frac{1}{4}$ h antes, por lo que, si continuase a la misma velocidad, a la hora de la cita recorrería $100 \cdot \frac{1}{4} = 25$ km de más.

Es decir, yendo a 100 km/h recorrería $15 + 25 = 40$ km más en el tiempo del que dispone para llegar al lugar que yendo a 60 km/h.

Por tanto, podemos deducir que el tiempo del que dispone es de 1 h, ya que, la diferencia de kilómetros que la moto recorrería en una hora yendo a una u otra velocidad es también:

$$100 - 60 = 40 \text{ km}$$

De este modo, su destino está a $60 \cdot 1 + 15 = 100 \cdot 1 - 25 = 75$ km.

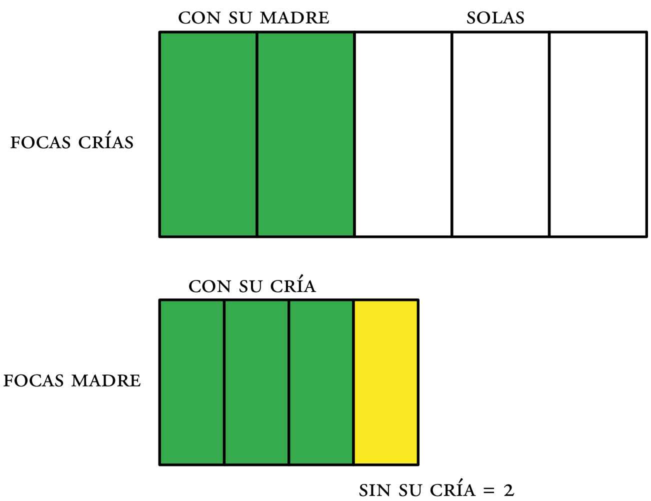
REPRESENTA LOS DATOS ESQUEMÁTICAMENTE

Página 12

Piensa e intenta resolver

1 **En una playa hay focas, madres y crías. Los 2/5 de las crías están con sus madres, que son 3/4 del total de madres. Hay dos focas madres que buscan a sus crías. ¿Cuántas focas bebés andan sueltas, jugando?**

Interpretamos el enunciado y representamos los datos esquemáticamente. Supondremos que el número de crías que están con sus madres es el mismo que el número de madres que están con sus crías:



Hay 2 madres sin su cría, por lo que, como podemos deducir por el esquema, hay $3 \cdot 2 = 6$ madres con su cría.

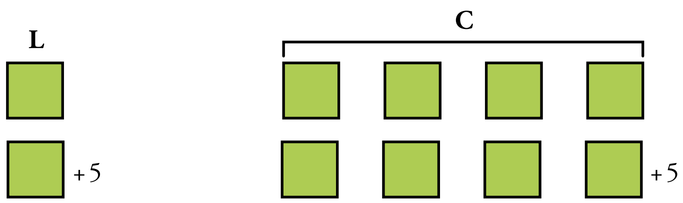
$$\frac{2}{5} \text{ de las crías} = \frac{3}{4} \text{ de las madres} \rightarrow \frac{2}{5} \text{ de las crías} = 6 \rightarrow \frac{1}{5} \text{ de las crías} = 3$$

Por tanto, $\frac{3}{5}$ de las crías $= 3 \cdot 3 = 9$ crías.

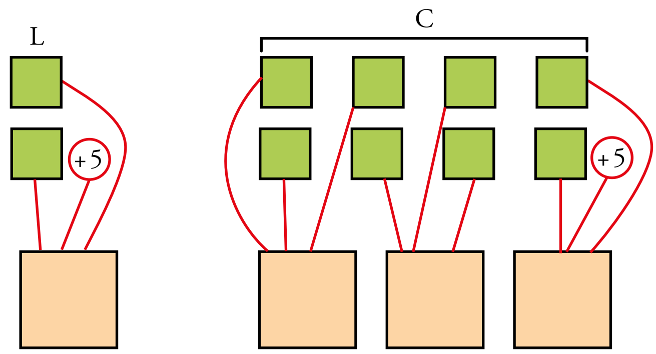
Hay 9 focas bebés jugando sueltas.

2 **Luis tiene la cuarta parte de dinero que su hermana Camila. El domingo, su abuelo le da 5 € a cada uno. Ahora Camila tiene el triple de Luis. ¿Cuánto tenía cada uno antes de que les diera dinero su abuelo?**

NOTA: **Resolver sin usar el álgebra.**



Representamos la nueva situación, después de que el abuelo les dé dinero, y repartimos en 3 partes iguales:



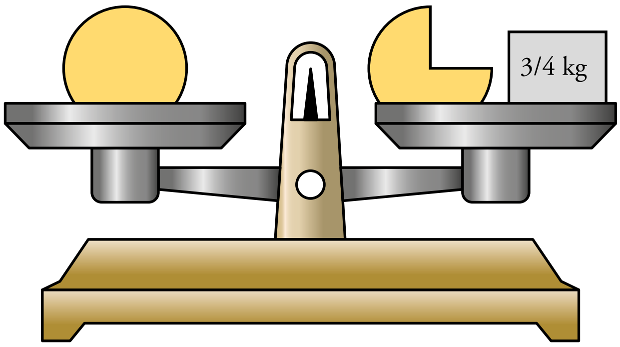
Observando el esquema, vemos que, para que Camila tenga el triple de dinero que Luis después de que el abuelo les dé 5 € a cada uno, cada cuadrado verde del esquema tiene que representar 5 €.

Por tanto, Camila tenía 5 · 8 = 40 €, y Luis, 2 · 5 = 10 €.

Página 13

3 **En uno de los platillos de una balanza se ha colocado un queso manchego. En el otro platillo se han colocado los 3/4 de un queso igual al anterior más una pesa de 3/4 de kg. La balanza ha quedado en equilibrio. ¿Cuánto pesa el queso?**

Interpretamos el enunciado representando los datos esquemáticamente:



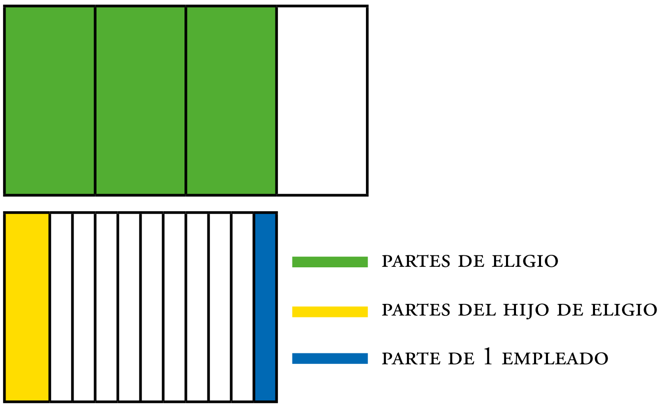
Observando el esquema, vemos que $\frac{1}{4}$ del queso pesa $\frac{3}{4}$ de kilo, por lo que el peso del queso entero será de:

$$\frac{3}{4} \cdot 4 = 3 \text{ kilos}$$

El queso pesa 3 kg.

4 **Eligio era propietario de los 3/4 de las naranjas que hay en un contenedor. Le regala la sexta parte de lo suyo a su hijo y el resto lo reparte en partes iguales a sus diez empleados, correspondiéndoles 23 kg a cada uno. ¿Cuántos kilos de naranjas había en el contenedor?**

Interpretamos el enunciado representando los datos a través de un esquema



Cada parte azul corresponde a 23 kg de naranjas.

Cuatro partes azules corresponden a una parte verde, por lo que cada parte verde contiene:

$4 \cdot 23 = 92$ kg

En el contenedor había 4 partes verdes:

$92 \cdot 4 = 368$ kg

Había 368 kilos de naranjas en el contenedor.

TANTEA

Página 14

Piensa e intenta resolver

1 **Si los miembros de un grupo bailan de dos en dos, sobra uno. Si lo hacen de tres en tres, sobran dos, y si lo hacen de cinco en cinco, también sobran dos. ¿Cuántas personas componen el grupo sabiendo que su número está comprendido entre 10 y 20? ¿Y si estuviera comprendido entre 30 y 50?**

Primer caso:

El número de personas que componen el grupo está comprendido entre 10 y 20:

– Si los miembros de un grupo bailan de dos en dos, sobra uno. Por tanto, el número de integrantes del grupo puede ser: 11, 13, 15, 17 o 19.

– Si lo hacen de tres en tres, sobran dos. Tan solo el número 17 cumple también esta premisa.

– Si lo hacen de 5 en 5, sobran dos. Podemos comprobar que 17 también cumple esta condición: $17 = 5 \cdot 3 + 2$

Por tanto, si el número de integrantes está comprendido entre 10 y 20, el grupo lo componen 17 personas.

Segundo caso:

El número de personas que componen el grupo está comprendido entre 30 y 50:

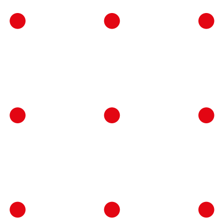
– Si los miembros de un grupo bailan de dos en dos, sobra uno. Por tanto, el número de integrantes del grupo puede ser: 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47 o 49.

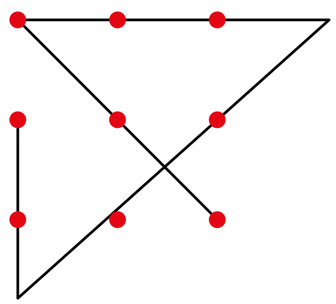
– Si lo hacen de tres en tres, sobran dos, y los únicos números que cumplen también esta premisa son: 35, 41 y 47.

– Si lo hacen de 5 en 5, sobran dos, así que el número de integrantes que cumple las tres condiciones es 47.

Por tanto, si el número de integrantes está entre 30 y 50, el grupo lo componen 47 personas.

2 **Pasa por encima de estos nueve puntos mediante una línea quebrada de cuatro segmentos.**





PROCEDE SISTEMÁTICAMENTE

Página 14

Piensa e intenta resolver

1 **¿De cuántas formas diferentes se pueden juntar 8 € utilizando solo monedas de 2 €, 1 € y 0,50 €?**

Organizamos los datos mediante una tabla.

Comenzamos, en la primera columna, con un máximo de 4 monedas de 2 € (y 0 monedas de 1 € y 0,50 €) y vamos disminuyendo el número, contemplando las posibles combinaciones con el resto de monedas:

2 €	4	3	3	3	2	2	2	2	2
1 €	0	2	1	0	4	3	2	1	0
0,50 €	0	0	2	4	0	2	4	6	8

2 €	1	1	1	1	1	1	1
1 €	6	5	4	3	2	1	0
0,50 €	0	2	4	6	8	10	12

2 €	0	0	0	0	0	0	0	0	0
211 €	8	7	6	5	4	3	2	1	0
0,50 €	0	2	4	6	8	10	12	14	16

En total, se pueden juntar 8 € de 25 maneras diferentes.

2 **Tienes en un bolsillo cuatro monedas: 2 €, 1 €, 0,50 € y 0,20 €. ¿Cuántas cantidades diferentes puedes formar?**

Se pueden formar 4 cantidades que corresponden a tomar cada moneda por separado: 0,20 €, 0,50 €, 1 €, 2 €.

Tomando las monedas de dos en dos se obtienen otras 6 cantidades: 0,70 €; 1,20 €; 1,50 €; 2,20 €; 2,50 €; 3 €.

Tomando las monedas de tres en tres se obtienen otras 4 cantidades más: 1,70 €; 2,70 €; 3,20 €; 3,50 €.

Tomándolas todas se obtiene una cantidad más: 3,70 €.

En total, se pueden formar 15 cantidades distintas tomando como mínimo una moneda, más la cantidad 0 €, que se obtiene al no tomar ninguna.

Por tanto, se pueden formar 16 cantidades distintas.

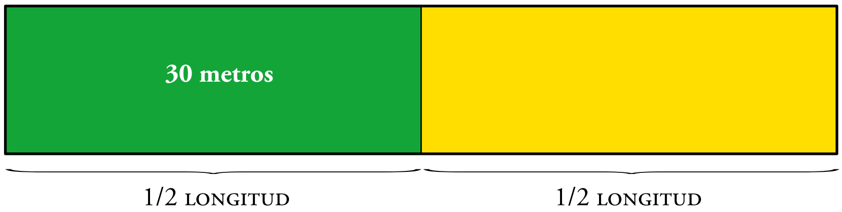
Página 16

Problemas

ECHA CUENTAS

1 **El yate del magnate griego Ricarchos mide 30 m más la mitad de su propia longitud. ¿Cuánto mide el yate?**

Representando los datos, observamos que la mitad de la longitud del yate es igual a 30 m.



El yate mide 60 m.

2 **Un aizkolari tarda un cuarto de hora en cortar un tronco en tres partes. ¿Cuánto tardará en cortar otro tronco igualmente grueso en seis partes?**

Para cortar un tronco en 3 partes, necesitará hacer dos cortes, por lo que en hacer un corte tardará 15 : 2 = 7,5 min.

Para cortarlo en 6 partes de igual grosor, necesitará hacer 5 cortes, por lo que tardará:

$$7{,}5 \cdot 5 = 37{,}5$$

Tardará 37,5 min, es decir, 37 min 30 s.

3 **Por término medio, 5 policías municipales tardan 5 minutos en poner 5 multas. ¿Cuánto tiempo emplearán 10 policías municipales en poner 10 multas?**

Podemos deducir que cada policía tarda en poner 1 multa 5 min, pero como los 5 lo hacen a la vez, 5 policías tardan 5 min en poner 5 multas.

Si 10 policías ponen 10 multas, cada uno pone una multa, así que emplearán igualmente 5 minutos.

Emplearán 5 min.

4 **En uno de los platillos de una balanza se han colocado los 3/4 de un queso y en el otro platillo, los 2/3 de un queso idéntico más una pesa de 200 g para que la balanza quede en equilibrio. ¿Cuánto pesa el queso?**

$$\frac{3}{4} \text{ del queso} = \frac{2}{3} \text{ del queso} + 200 \text{ g} \rightarrow \frac{3}{4} \text{ del queso} - \frac{2}{3} \text{ del queso} = 200 \text{ g} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{1}{12} \text{ del queso} = 200 \text{ g}$$

Por tanto, una doceava parte del queso equivale a 200 g, por lo que el queso entero pesa:

$$200 \cdot 12 = 2\,400 \text{ g}$$

El queso pesa 2,4 kg.

5 **¿Qué porcentaje de rebaja consigues aprovechando esta oferta?**

Me llevo 3 y pago 2, por lo que me ahorro $\frac{1}{3}$ del total de la compra.

El ahorro es del 33,33 %.

6 **Hoy es el último día de acampada y tenemos para merendar «perritos calientes». El caso es que somos 18, todos con buen apetito, y solo nos quedan 30 perritos.**

A mí me ha tocado repartir.

¿Cuál es el mínimo número de cortes que necesito hacer para dar a todos lo mismo?

A cada uno nos corresponderá un perrito completo y $\frac{12}{18}$ de perrito, es decir, $\frac{2}{3}$ de perrito.

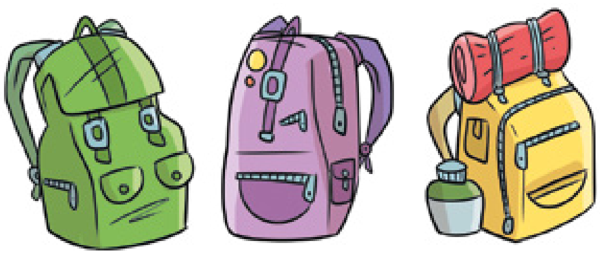
Dejamos 18 perritos enteros y quedan 12 para partir.

Si partimos los 12 perritos en dos trozos, $\frac{2}{3} + \frac{1}{3}$, tendremos 12 trozos de $\frac{2}{3}$ y 12 trozos de $\frac{1}{3}$. Como $6 \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\right) = 6 \cdot \frac{2}{3}$, podremos repartir $\frac{2}{3}$ más de perrito a los 18 que somos.

Por tanto, cada uno de nosotros recibirá 1 perrito entero y $\frac{2}{3}$ de otro.

El mínimo número de cortes que necesito hacer es 12 en 12 perritos, a $\frac{1}{3} + \frac{2}{3}$.

7 **Tres peregrinos se encuentran en un cruce de caminos y se sientan a comer. Uno aporta 5 tortas; otro, 4 tortas, y el tercero, que no tiene tortas, paga a sus compañeros con nueve monedas.**



¿Cómo deben distribuirse las monedas?

En total tendrán 9 tortas, que repartirán entre 3 amigos, así que cada uno, para ser equitativos, recibirá 3 tortas. Es decir, el primer peregrino le dará 2 tortas al tercero, y el segundo, 1 torta.

Así, el primer peregrino recibirá el doble de monedas que el segundo, por lo que, dividiendo el total de monedas en 3 partes iguales, el primer peregrino recibirá 2 partes, y el segundo, una parte.

El primero debe recibir 6 monedas, y el segundo, 3 monedas.

8 **En una granja, entre gallinas y conejos, hay un total de 600 animales.**

Si contáramos sus patas, obtendríamos 1 480.

¿Cuántas gallinas y cuántos conejos hay?

Las gallinas tienen 2 patas cada una, y los conejos, 4 patas.

Si los 600 animales fueran conejos, habría $600 \cdot 4 = 2\,400$ patas.

$2\,400 - 1\,480 = 920$ patas de más

Por cada animal que no es conejo (que es gallina) hay dos patas menos.

Como en total hay 920 patas menos, tendremos:

$\frac{920}{2} = 460$ gallinas

Por tanto: $600 - 460 = 140$ conejos.

Hay 140 conejos y 460 gallinas.

9 **Un examen consta de 50 preguntas, cada una con cuatro posibles respuestas. Por cada respuesta correcta se dan 3 puntos y por cada respuesta incorrecta se quita 1 punto. Las preguntas no respondidas no puntúan.**

Un alumno que respondió a 42 preguntas tiene 58 puntos. ¿Cuántos aciertos tuvo?

Resolvemos por tanteo:

– Acierta 21, falla 21 → $21 \cdot 3 - 21 = 21 \cdot 2 = 42$ puntos

– Acierta 22, falla 20 → $22 \cdot 3 - 20 = 66 - 20 = 46$ puntos

– Acierta 23, falla 19 → $23 \cdot 3 - 19 = 69 - 19 = 50$ puntos

– Acierta 24, falla 18 → $24 \cdot 3 - 19 = 66 - 20 = 54$ puntos

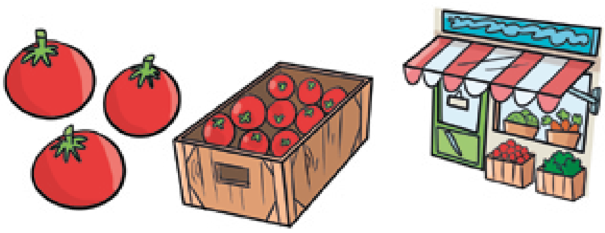
– Acierta 25, falla 17 → $25 \cdot 3 - 17 = 75 - 17 = 58$ puntos

Por tanto, el alumno tuvo 25 aciertos y 17 fallos.

10 **Un hortelano vende sus tomates a un mayorista. El mayorista los vende a un intermediario, ganando un 20 %.**

El intermediario los vende a un almacén, ganando un 20 %.

El almacén los vende a un minorista, y este, al público, ganando cada uno de ellos, también, un 20 %.



¿En qué porcentaje ha aumentado lo que cobró el agricultor cuando el producto llega, finalmente, al público?

Desde el agricultor hasta el público hay 4 intermediarios. Como cada uno carga el 20 % respecto al anterior, el precio inicial habrá que multiplicarlo por $1{,}20^4 \approx 2{,}0736$.

Es decir, el aumento ha sido del $1{,}0736 \cdot 100 = 107{,}36$ %.

11 **A Alicia le han ofrecido dos posibilidades para pagarle un trabajo que durará 10 días:**

A: 100 € por cada uno de los 10 días.

B: 1 € por el primer día, el doble por el segundo, el doble de lo anterior por el tercero, y así, sucesivamente, hasta el final.

¿Qué opción aconsejarías a Alicia?

Es más ventajosa la opción B (1 023 €), frente a la opción A (1 000 €). Veamos el porqué.

Opción A:

$10 \cdot 100 = 1\,000$ €

Opción B:

– Primer día: 1 €

– Segundo día: $2 \cdot 1 = 2$ €

– Tercer día: $2 \cdot 2 = 2^2 = 4$ €

– Cuarto día: $2 \cdot 4 = 2 \cdot 2^2 = 2^3 = 8$ €

– Quinto día: $= 2^4 = 16$ €

– Sexto día: $= 2^5 = 32$ €

– Séptimo día: $= 2^6 = 64$ €

– Octavo día: $= 2^7 = 128$ €

– Noveno día: $= 2^8 = 256$ €

– El décimo día: $2^9 = 512$ €

$$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 264 + 512 = 1\,023 \text{ €}$$

Por tanto, aconsejaría a Alicia la opción B.

12 **Di qué ángulo, en grados y minutos, forman las agujas del reloj en cada caso:**

a) A las 11 en punto.

b) A las 3 en punto.

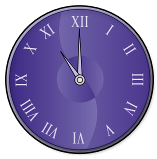
c) A las 6 en punto.

d) A las 6 h 30 min.

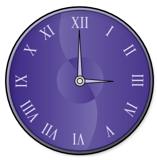
e) A las 2 h 45 min.

f) A las 3 h 24 min.

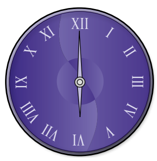
a) A las 11 en punto, el ángulo que forman las agujas es una doceava parte de 360°: $\frac{360}{12} = 30°$.



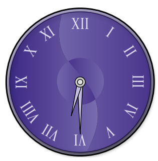
b) A las 3 en punto, el ángulo que forman las agujas es de $30° \cdot 3 = 90°$.



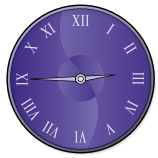
c) A las 6 en punto, el ángulo que forman las agujas es de $30° \cdot 6 = 180°$.



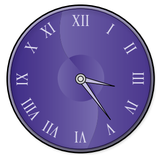
d) A las 6 h 30 min, el minutero está en las 6 h, y la aguja horaria ha avanzado, con respecto a las 6 h, la mitad de una doceava parte. Por tanto, el ángulo que forma es de $\frac{30°}{2} = 15°$.



e) En este caso, el minutero está en las 9 h y a la aguja horaria le faltan $\frac{15°}{2} = 7{,}5° = 7°\ 30'$ para estar horizontal, es decir, en las 3 h, en cuyo caso formaría un ángulo de 180°. Por tanto, el ángulo que forman la aguja horaria y el minutero es de 187° 30'.



f) La aguja horaria avanza 30° cada hora, así que, en 24 min, avanza: $\frac{30°}{60} \cdot 24 = 12°$. Por tanto, con respecto a las 3 h, le faltan 18° para llegar hasta situarse en las 4 h del reloj.



El minutero, sin embargo, ha avanzado un ángulo de $\frac{30°}{5} \cdot 4 = 24°$ con respecto a las 4 h del reloj.

De este modo, el ángulo que forman ambas agujas es de: 24° + 18° = 42°.

13 **Una máquina fabrica 5 bombillas cada 6 min. Este es el tiempo en el que está funcionando:**

LUNES A JUEVES	**De 8 h a 14 h y de 15 h a 17 h**
VIERNES	**De 8 h a 15 h**

Para atender un pedido de 18 000 bombillas, la ponen en marcha el martes 12 de septiembre a las 9 de la mañana. ¿Cuándo se completará el pedido?

$$\frac{18\,000}{5} \cdot 6 = 21\,600 \text{ min}$$

Se necesitan 21 600 min = 360 h para fabricarlas.

En una semana completa se trabajan: 8 · 4 + 7 = 39 h, por lo que estimamos que se necesitarán más de 9 semanas de trabajo $\left(\frac{360}{39} = 9{,}23\right)$.

– El primer día de trabajo, martes 12 de septiembre, comienza a trabajar a las de 9 h, por lo que, durante la semana del 11 al 17 de septiembre trabajarán 7 + 8 + 8 + 7 = 30 h, y quedarán pendientes 360 – 30 = 330 h de trabajo para completar el pedido.

– A 39 h semanales, trabajando 8 semanas enteras más, la máquina empleará 39 · 8 = 312 h, llegando al 12 de noviembre, y le quedarán pendientes 330 – 312 = 18 h por trabajar para completar el pedido.

– Trabajando el lunes 13 de noviembre (8 h) y el martes 14 de noviembre (8 h), aún tendrá pendientes 2 h por trabajar, por lo que terminará el pedido el miércoles 15 de noviembre a las 10 h.

SEPTIEMBRE

L	M	X	J	V	S	D
	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	

OCTUBRE

L	M	X	J	V	S	D
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30	31					

NOVIEMBRE

L	M	X	J	V	S	D
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26

Página 17

JUEGA CON LOS NÚMEROS

14 **Busca el menor número de seis cifras cuya división entre 7 es exacta. Busca también el mayor.**

$\frac{100\,000}{7} = 14\,285{,}71$ $\quad 14\,285 \cdot 7 = 99\,995$ $\quad 99\,995 + 7 = 100\,002$

El menor es 100 002.

$\frac{999\,999}{7} = 142\,857$

El mayor es 999 999.

15 **El número de litros de aceite que contiene un barril es tal que puede envasarse de forma exacta en garrafas de 3 litros, de 7 litros o de 25 litros, pero no en garrafas de 4 litros ni de 9 litros.**

¿Cuál puede ser el contenido del barril, sabiendo que está entre mil y dos mil quinientos litros?

Interpretamos los datos del enunciado:

– El contenido del barril está entre 1 000 L y 2 500 L de aceite.

– El número de litros es múltiplo de 25, ya que debe poder envasarse en garrafas de 25 L, por lo que terminará en 25, 50, 75 o 00.

– No es múltiplo de 4, por lo que no puede terminar en 00.

Con estos datos, podemos concluir que habrá 3 números en cada centena (entre 1 000 y 2 500) que nos pueden servir, pero necesitamos comprobar cuáles de estos valores cumplen las otras restricciones (no ser múltiplo de 9 y ser múltiplo de 3 y de 7).

1 050 → Es múltiplo de 3, de 7 y de 25, y no lo es de 4 ni de 9.

Por tanto, el contenido del barril es de 1 050 L.

16 **El número de participantes en un desfile es tal que se pueden agrupar así:**

EN FILAS DE 3   EN FILAS DE 5   EN FILAS DE 25

Pero no pueden hacerlo así:

NI EN FILAS DE 4   NI EN FILAS DE 9

¿Cuál es el número de participantes si sabemos que es mayor que 900, pero menor que 1 000?

El número de participantes estará entre 900 y 1 000, por lo que los únicos valores posibles, por ser múltiplos de 25, son 925, 950 y 975, que además son múltiplos de 5.

Tiene que ser múltiplo de 3, pero 925 y 950 no lo son, así que la única solución posible es 975.

Son 975 participantes.

17 **Si los miembros de un grupo bailan de dos en dos, sobra uno. Si lo hacen de tres en tres, sobran dos, y si lo hacen de cinco en cinco, no sobra nadie.**

¿Cuántas personas componen el grupo, sabiendo que son más de 5 y menos de 40?

– Si los miembros de un grupo bailan de dos en dos, sobra uno, por lo que el número de personas que lo componen es un numero impar.

– Es múltiplo de 5 y está comprendido entre 5 y 40. Descartando también los números pares nos quedan como posibles: 15, 25, 35.

– Si los miembros de un grupo bailan de tres en tres, sobran dos. Comprobamos cuál de los tres números cumple la condición:

$$15 = 5 \cdot 3; \; 25 = 8 \cdot 3 + 1; \; 35 = 11 \cdot 3 + 2$$

Componen el grupo 35 personas.

18 **Rafa tiene 37 años; Elena, 36 años, y el producto de las edades de sus tres hijas es 390. ¿Qué edades tienen las hijas? Da todas las posibles soluciones.**

Para ver las posibilidades, descomponemos en factores primos el número 390:

$$390 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 13$$

Como son 3 hijas, podemos agrupar dos de sus factores y, con los otros dos, tendremos la edad de cada hija. Descartamos que puedan tener más edad que sus padres, así que las edades resultantes tendrán que ser menores que 36:

(5, 6, 13) (3, 10, 13) (2, 13, 15)

(3, 5, 26) → Esta posibilidad la descartamos, ya que querría decir que Elena tuvo a su hija mayor con 10 años.

Por tanto, tendríamos tres posibles soluciones:

– Las hijas tienen 5, 6 y 13 años.

– Las hijas tienen 3, 10 y 13 años.

– Las hijas tienen 2, 13 y 15 años.

Las otras posibilidades no son compatibles con las edades de los padres.

19 **En un centro escolar hay 5 grupos, A, B, C, D y E, de 2.° ESO, con 28, 31, 24, 26 y 29 alumnos y alumnas, respectivamente.**

En uno de los grupos, el número de chicas es doble que el de chicos. ¿Cuál de los grupos es y cuántos chicos y chicas hay?

Para que en un grupo haya el doble de chicas que de chicos, el número de alumnos y alumnas tiene que ser múltiplo de 3, ya que dividiremos el total en tres grupos: dos de ellos serán de chicas y el otro de chicos.

El único grupo que cumple esta condición es el C, con 24 estudiantes: 16 chicas y 8 chicos.

20 **Utilizando solamente la cifra 5 y las operaciones oportunas, se puede obtener cualquier número. Por ejemplo, con 55 : 5 – 5 obtenemos 6.**

Busca, con la mínima cantidad de cincos:

a) Los veinte primeros números naturales.

b) Los números 11 y 125.

c) Los números 500, 1 000 y 3 000.

a) $1 = 5 : 5$ $\quad 2 = (5 + 5) : 5$

$3 = [5 \cdot 5 - (5 + 5)] : 5$ $\quad 4 = (5 \cdot 5 - 5) : 5$

$5 = 5$ $\quad 6 = 55 : 5 - 5$

$7 = 5 + (5 + 5) : 5$ $\quad 8 = 5 + 5 - (5 + 5) : 5$

$9 = 5 + 5 - (5 : 5)$ $\quad 10 = 5 + 5$

$11 = 55 : 5$ $\quad 12 = 55 : 5 + 5 : 5$

b) $55 : 5$ $\quad 125 = 5 \cdot 5 \cdot 5$

c) $555 - 55 = 500$

$5555 - 555 = 1000$

$5^5 - 5 \cdot 5 \cdot 5 = 3125$

21 **¿Cuántas veces se utiliza la cifra 9 al escribir todos los números del 1 al 1 000?**

Averiguamos cuántas veces se utiliza la cifra 9 de 0 a 100:

– Un 9 en cada unidad de cada decena: 9, 19, 29... hacen un total de 10.

– Un 9 en cada uno de los números de la decena del 90: hacen un total de 10.

Por tanto, del 0 al 100 hay 20 cifras 9.

Lo mismo ocurre en cada centena hasta la centena del 900, por tanto, en total hay $20 \cdot 10 = 200$ cifras 9.

Nos falta contabilizar los casos especiales añadidos en la centena del 900, donde todos los números empiezan por 9. Así que, debemos añadirle 100 cifras más.

En total, hay 300 cifras 9 al escribir todos los números del 1 al 1 000.

22 **¿Cuántos capicúas existen de cuatro cifras en los que las dos cifras extremas suman lo mismo que las dos centrales?**

Un número capicúa de 4 cifras será de la forma:

$$abba,\ a \neq 0$$

Además: $2a = 2b \rightarrow a = b$

Por tanto, con las dos condiciones puede ocurrir que: $a = b = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$

Existen 9 números capicúas que cumplen la condición.

23 **Escribe un número de dos cifras. Escribe otro número que tenga las mismas cifras, pero cambiadas de orden. Resta ambos números.**

¿Puedes decir por qué esa diferencia es siempre un múltiplo de 9?

Sea $a > b$:

Número cuyas cifras son $ab \to 10a + b$

Número cuyas cifras son $ba \to 10b + a$

La diferencia de ambos es: $(10a + b) - (10b + a) = 9a - 9b = 9(a - b)$

24 **Escribe el año de tu nacimiento. Réstale la suma de sus cifras. El número resultante es múltiplo de 9.**

¿Ocurre lo mismo con los años de otros amigos?

¿Puedes explicar por qué?

Llamamos a, b, c y d a las cuatro cifras del año:

$$abcd \to 1\,000a + 100b + 10c + d$$

Restamos la suma de las cifras:

$$(1\,000a + 100b + 10c + d) - (a + b + c + d) = 999a + 99b + 9c = 9(111a + 11b + c)$$

25 **Busca los cuatro números naturales más pequeños (A, B, C y D) que cumplen esta condición:**

10 % DE A → TODOS IGUALES ← 20 % DE B

30 % DE C → TODOS IGUALES ← 40 % DE D

$$\frac{10}{100}A = \frac{20}{100}B = \frac{30}{100}C = \frac{40}{100}D \to A = 2B = 3C = 4D$$

Para que sean números naturales necesitamos que A sea múltiplo de 2, 3 y 4.

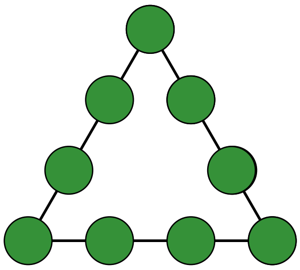
– Probamos con el número 12:

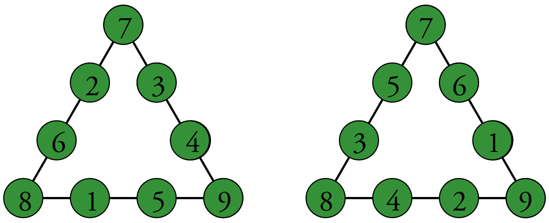
A = 12; B = 6; C = 3; D = 1,5 → D no es natural, no nos sirve.

– Probamos con 24:

A = 24; B = 12; C = 8; D = 6 → Estos números cumplen la condición.

26 **Coloca los números del 1 al 9, uno en cada círculo, de modo que todos los lados del triángulo sumen 23. Hay dos soluciones.**





Página 18

SIN ÁLGEBRA

27 **¿Cuánto debe pagar Daniel por un refresco y dos hamburguesas?**

1 hamburguesa + 1 refresco = 3,50 €

6 € = 3 refrescos y 1 hamburguesa = 2 refrescos + 1 refresco + 1 hamburguesa =

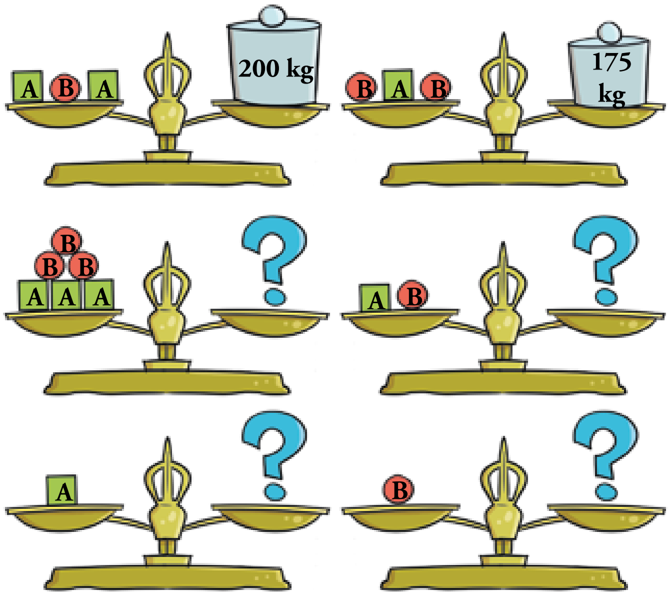
= 2 refrescos + 3,50 € → 2 refrescos = 6 – 3,50 =

= 2,50 € → 1 refresco = 3,50 : 2 = 1,25 €

1 hamburguesa = 3,50 – 1,25 = 2,25 €

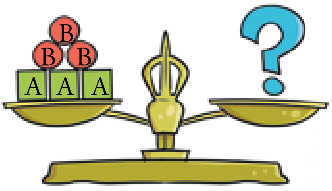
Daniel debe pagar 1,25 + 2 · 2,25 = 5,75 €.

28 Observa y resuelve.



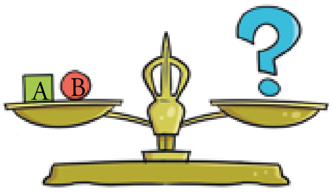
Tomamos en cuenta los datos de las dos primeras balanzas:

A + B + A = 200 kg   B + A + B = 175 kg



A + B + A + B + A + B = 200 kg + 175 kg = 375 kg = 3A + 3B

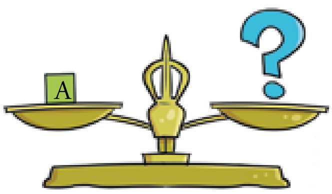
El platillo derecho de la balanza debe contener 375 kg.



3A + 3B = 375 kg

A + B = $\frac{1}{3}$ (A + B) = 375 : 2 = 125 kg

El platillo derecho de la balanza debe contener 125 kg.

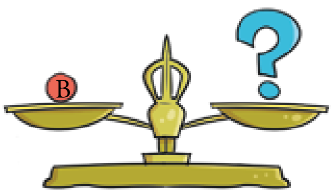


A + B + A = 200 kg

Restamos el peso de A + B y obtenemos A, por tanto:

A = A + B + A – (A + B) = 200 kg – 125 kg = 75 kg

El platillo derecho de la balanza debe contener 75 kg.



B + A + B = 175 kg

Restamos el peso de A + B y obtenemos B:

B = B + A + B – (A + B) = 175 kg – 125 kg = 50 kg

El platillo derecho de la balanza debe contener 75 kg.

29 **Resuelve razonando.**

¿Cuánto cuesta el salchichón? ¿Y el queso? ¿Y el jamón?

Observando el precio de los lotes «queso y salchichón» y «jamón y salchichón» podemos deducir que el precio del queso es 1 € menor que el precio del jamón.

Observando el precio de los lotes «jamón y salchichón» y «jamón y queso» podemos deducir que el precio del queso es 1 € mayor que el precio del salchichón.

De igual forma, observando el precio de los lotes «queso y salchichón» y «jamón y queso» podemos deducir que el precio del salchichón es 2 € menor que el precio del jamón.

Así, el salchichón es el más barato. Sumándole a su precio 1 € conseguimos el precio del queso, y sumándole 2 €, el precio del jamón.

Además:

2 quesos + 2 salchichones + 2 jamones = 15 € → 1 queso + 1 salchichón + 1 jamón = 7,50 €

Si le restamos 3 € a los 7,50 €, obtendremos el precio de 3 salchichones, por tanto:

7,50 – 3 = 4,50 € → 1 salchichón = 4,50 : 3 = 1,50 €

1 queso → 1,50 + 1 = 2,50 €   1 jamón → 1,50 + 2 = 3,50 €

30 **En el mercado del trueque se cambia:**

A. Una sandía y un melón por un queso.

B. Un queso por tres panes.

C. Dos melones por tres panes.

¿Cuántas sandías te darán por un queso?

sandía + melón = queso = 3 panes = 2 melones

sandía + melón = queso

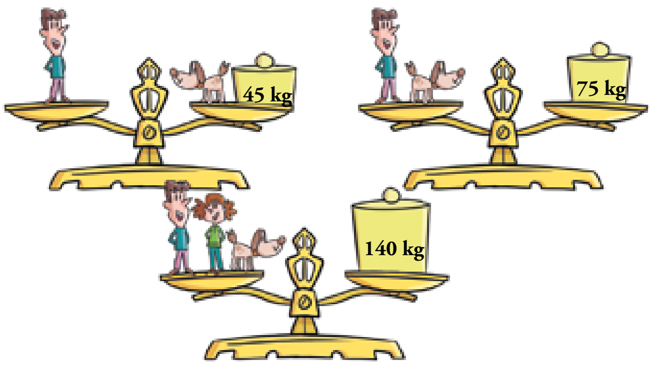
Queremos cambiar el melón por la sandía, y como sandía + melón = 2 melones, tendremos que:

sandía = melón

sandía + melón = sandía + sandía = queso

Por un queso te darán 2 sandías.

31 **Con la información de las balanzas, calcula el peso de Rosa, el de Javier y el del perro.**



En la balanza de la izquierda vemos que: JAVIER = PERRO + 45 kg

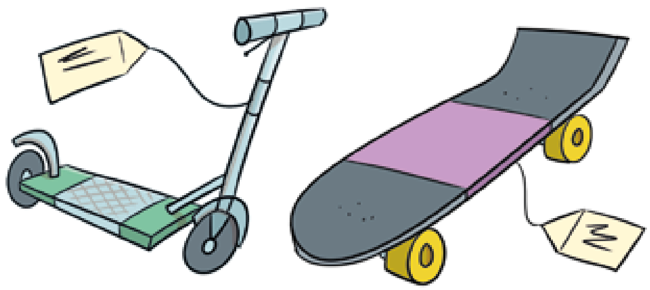
Si a cada platillo de la balanza de la derecha le quitamos el peso de los correspondientes platillos de la balanza de la izquierda, obtenemos:

PERRO = 75 – 45 – PERRO → 2 PERROS = 30 kg → PERRO = 15 kg

Como: JAVIER = PERRO + 45 → JAVIER = 60 kg

Y de la tercera balanza obtenemos que: JAVIER + PERRO + ROSA = 140 kg → ROSA = 65 kg

32 **En una tienda de deportes, dos monopatines y dos patinetes tienen un precio de 80 €. Un monopatín y tres patinetes cuestan 90 €. ¿Cuánto cuesta un monopatín y cuánto, un patinete?**



2 MONOPATINES + 2 PATINETES = 80 € → 1 MONOPATÍN + 1 PATINETE = 40 €

1 MONOPATÍN + 3 PATINETES = 90 € → 1 MONOPATÍN + 1 PATINETE + 2 PATINETES = 90 € →

→ 2 PATINETES = 90 € – 40 € = 50 € →

→ 1 PATINETE = 25 €

Ya conocemos el precio de un patinete, por tanto:

1 MONOPATÍN = 40 € – 25 € = 15 €

El monopatín cuesta 15 €, y el patinete, 25 €.

33 **Cuatro vacas suizas y tres autóctonas dan tanta leche en cinco días como tres vacas suizas y cinco autóctonas en cuatro días. ¿Qué vaca es mejor lechera, la suiza o la autóctona?**

$$\begin{cases}\text{4 suizas y 3 autóctonas} \to \text{5 días} \\ (5 \cdot 4)\text{ suizas y }(5 \cdot 3)\text{ autóctonas} \to \text{1 día}\end{cases} \qquad \begin{cases}\text{3 suizas y 5 autóctonas} \to \text{4 días} \\ (4 \cdot 3)\text{ suizas y }(4 \cdot 5)\text{ autóctonas} \to \text{1 día}\end{cases}$$

Por tanto, 20 suizas y 14 autóctonas darán la misma leche que 12 suizas y 20 autóctonas.

Si en ambos casos restamos la cantidad de leche que dan 15 vacas autóctonas, tendremos que 20 autóctonas dan la misma leche que 12 suizas y 5 autóctonas.

En el primer caso, el número de vacas totales, 20 autóctonas, es mayor que en el segundo caso, 12 suizas y 5 autóctonas (17 vacas en total), por lo que esas 5 vacas autóctonas del segundo caso darán la misma leche que 8 suizas en el primer caso.

Es decir, es mejor lechera la vaca autóctona.

34 **Don Jacinto ha pagado 8,60 € por dos kilos de manzanas, uno de naranjas y tres de plátanos. Doña Flora ha comprado cuatro kilos de naranjas, dos de plátanos y tres de manzanas, y ha pagado 12,40 €. ¿Cuánto pagaré yo que tengo intención de comprar un kilo de naranjas, otro kilo de manzanas y otro de plátanos?**

– 2 kg de manzanas, 1 kg de naranjas y 3 kg de plátanos por 8,60 €

– 3 kg de manzanas, 4 kg de naranjas y 2 kg de plátanos por 12,40 €

Si sumo la cantidad de fruta que han comprado entre ambos, obtendré que:

5 kg de manzanas, 5 kg de naranjas y 5 kg de plántanos costarían 21 €, que es 5 veces la cantidad que quiero comprar yo.

Por tanto, 1 kg de manzanas, 1 kg de naranjas y 1 kg de plántanos costarán 21 : 5 = 4,20 €.

Pagaré 4,20 €.

35 **Entre Javier y Lorenzo tienen 16 canicas. Entre Javier y David tienen 13 canicas. Entre David y Lorenzo tienen 17 canicas. ¿Cuántas canicas tiene cada uno?**

$$\left.\begin{array}{l}\text{Javier y Lorenzo tienen 16 canicas.} \\ \text{Javier y David tienen 13 canicas.}\end{array}\right\} \to \begin{array}{l}\text{Podemos deducir que Lorenzo tiene} \\ \text{3 canicas más que David.}\end{array}$$

David y Lorenzo tienen 17 canicas.

Como ya sabemos que Lorenzo tiene 3 canicas más que David, podemos deducir que:

David tiene (17 – 3) : 2 = 7 canicas, y Lorenzo, 7 + 3 = 10 canicas.

Volviendo al primer dato que aporta el enunciado, entre Javier y Lorenzo tienen 16 canicas, obtenemos que Javier tiene 16 – 10 = 6 canicas.

Javier tiene 6 canicas; Lorenzo, 10, y David, 7.

Página 19

HAZ UN ESQUEMA

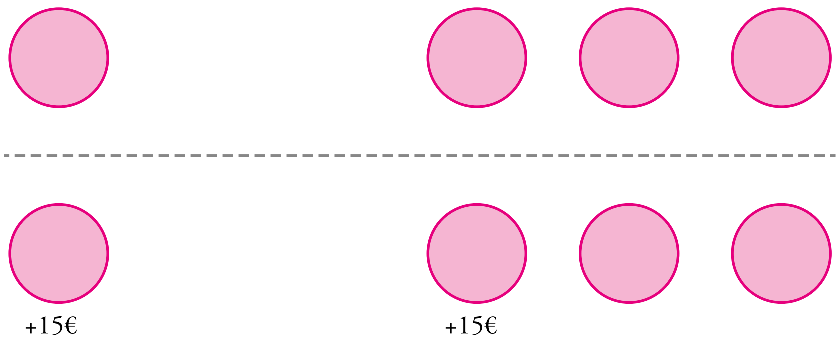
36 **Hamadi participa por primera vez en una caravana de camellos por el desierto. Como sus otros compañeros, lleva un odre lleno de agua, pero al ser inexperto no la raciona bien. El primer día se bebe la mitad. El segundo día se bebe un tercio de lo que queda. El tercer día se bebe un cuarto del resto. El último día del viaje termina con toda el agua, bebiéndose 2 litros. ¿Con cuántos litros de agua inició Hamadi el viaje?**

Dibujamos un esquema para ayudarnos a resolver el problema.

Por tanto, inició el viaje con $12 \cdot \frac{2}{3}$ L = 8 L.

37 **Leo tiene la tercera parte del dinero que Zoe. Su abuela le da 15 € a cada uno y ahora Zoe tiene el doble que Leo. ¿Cuánto tenían antes de recibir el dinero de la abuela?**

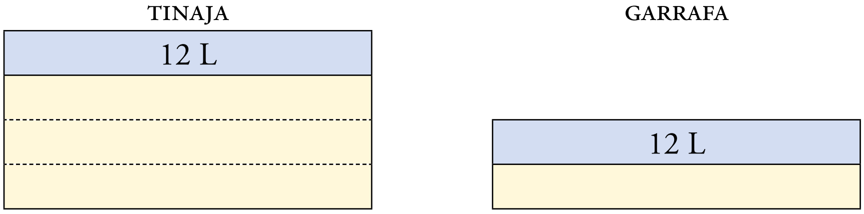
Hacemos un esquema:



Observamos en el esquema que, tras de que la abuela les dé 15 €, Zoe tendrá el doble que Leo si cada una de las partes es de 15 €.

Por tanto, al principio Leo tenía 15 € y Zoe 45 €.

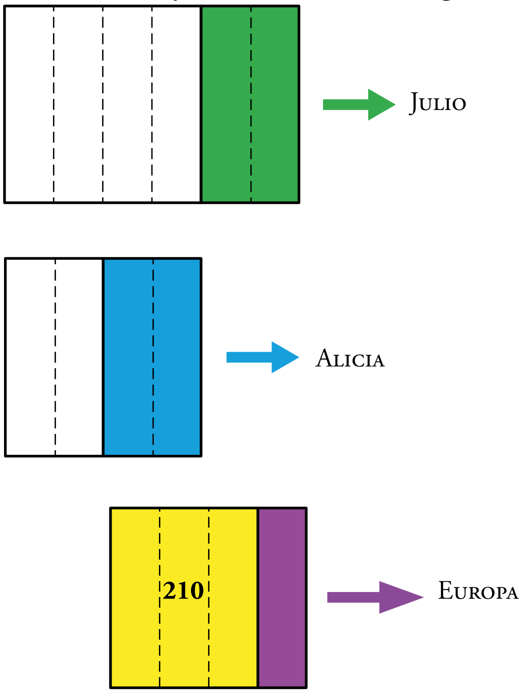
38 **En una tinaja hay triple cantidad de aceite que en una garrafa. Si añadiéramos 12 litros a cada una, en la garrafa habría la mitad que en la tinaja. ¿Cuánto aceite hay en cada una?**



Observamos en el esquema que 12 L representan un cuarto del total en la tinaja y la mitad en la garrafa. Por tanto, había 12 L en la garrafa y 36 L en la tinaja.

Comprobamos que, tras añadir 12 L a ambos recipientes, quedarán 48 L en la tinaja y 24 L en la garrafa, es decir, la primera quedaría con el doble de aceite que la segunda, como indica el enunciado.

39 **Amelia regala a Julio un tercio de su colección de sellos, y la mitad de los restantes, a su hermana Alicia. De los sellos regalados, la cuarta parte eran de Europa, y 210, del resto del mundo. ¿Cuántos sellos ha regalado a Alicia?**

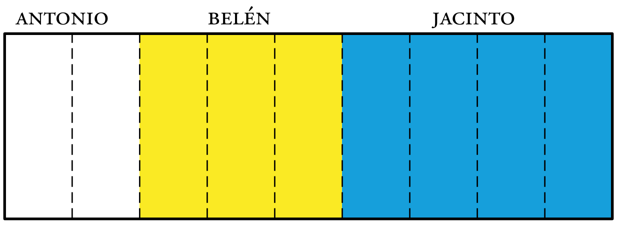


Observamos en el esquema que a Alicia le ha regalado:

$$2 \cdot \frac{210}{3} = 2 \cdot 70 = 140 \text{ sellos}$$

Le ha regalado 140 sellos a Alicia.

40 **Antonio, Belén y Jacinto han trabajado buzoneando propaganda y han recaudado 153 € entre los tres. Si Belén hubiera hecho un tercio menos de trabajo, habría ganado lo mismo que Antonio, y si hubiera hecho un tercio más, habría ganado lo mismo que Jacinto. ¿Cuánto ha ganado cada uno?**

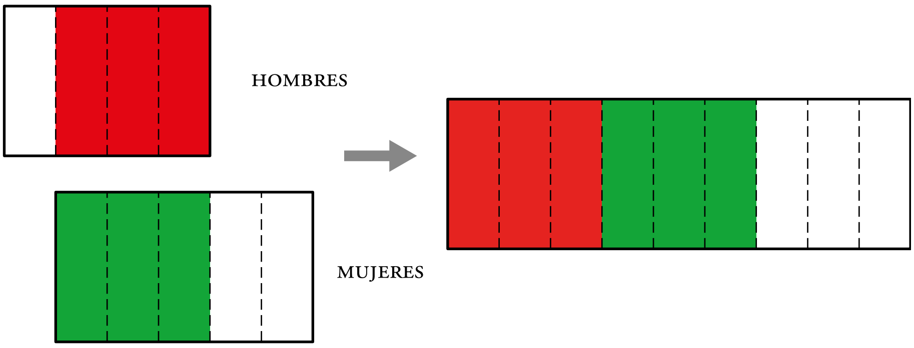


Como entre todos han ganado 153 €:

Antonio $\to \frac{153}{9} \cdot 2 = 34$ €   Belén $\to \frac{153}{9} \cdot 3 = 51$ €   Jacinto $\to \frac{153}{9} \cdot 4 = 68$ €

Antonio ha ganado 34 €, Belén 51 €, y Jacinto, 68 €.

41 **En un baile, tres cuartas partes de los hombres están bailando con tres quintas partes de las mujeres. ¿Qué fracción de los asistentes no está bailando?**



En el esquema, observamos que $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ de los asistentes no están bailando.

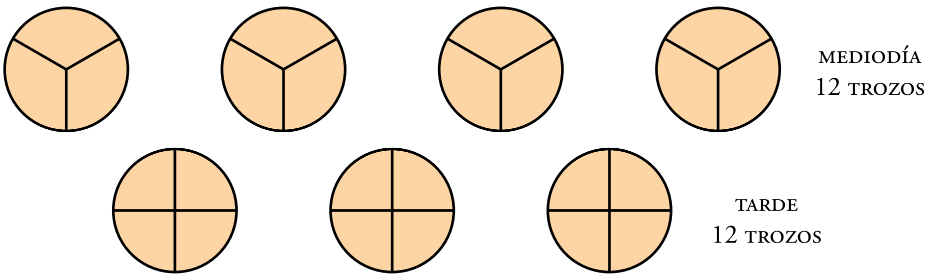
42 **Los chicos y las chicas de la clase de Romualdo se van de excursión al campo. Entre otras cosas, encargan 14 tortillas. Al mediodía, reparten una tortilla para cada tres personas, y en la merienda, una para cada cuatro. ¿Cuántas personas fueron de excursión?**

Necesitan el mismo número de partes de tortilla para el mediodía que para la merienda, por tanto:

$$\frac{\text{N.º de tortillas al mediodía}}{3} = \frac{\text{N.º de tortillas para la merienda}}{4} \rightarrow$$

$\rightarrow 4 \cdot$ N.º de tortillas al mediodía $= 3 \cdot$ N.º de tortillas para la merienda

La proporción de tortillas que necesitan es de 4 a 3:



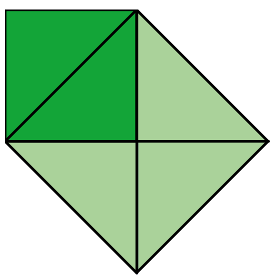
Para hacer 12 trozos tanto a mediodía como en la merienda, necesitarán 7 tortillas.

Como se reparten 14 tortillas, se obtendrán 24 trozos cada vez.

Por tanto, fueron de excursión 24 personas.

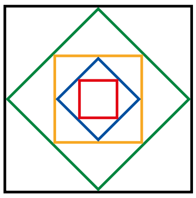
MIRA BIEN LAS FIGURAS

43 **Calcula el área de un cuadrado cuya diagonal coincide con el lado de otro cuadrado de 10 m^2 de superficie.**

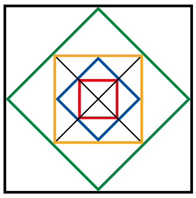


$A = 10 : 2 = 5$ m^2

44 **El perímetro del cuadrado rojo interior es de 32 cm. ¿Cuál es el perímetro del cuadrado negro exterior?**



Trazamos las diagonales de los cuadrados rojo, azul y amarillo:



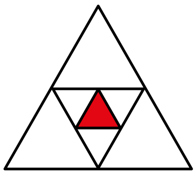
Vemos que el lado del cuadrado amarillo es el doble que el lado del cuadrado rojo, y, por tanto, también lo será su perímetro:

$$P_{\text{AMARILLO}} = 2 \cdot P_{\text{ROJO}}$$

Lo mismo ocurre con el cuadrado negro con respecto al amarillo, por tanto:

$$P_{\text{NEGRO}} = 2 \cdot P_{\text{AMARILLO}} = 2 \cdot 2 \cdot P_{\text{ROJO}} = 4 \cdot 32 = 128 \text{ cm}$$

45 **¿Qué fracción del triángulo grande se ha coloreado de rojo?**

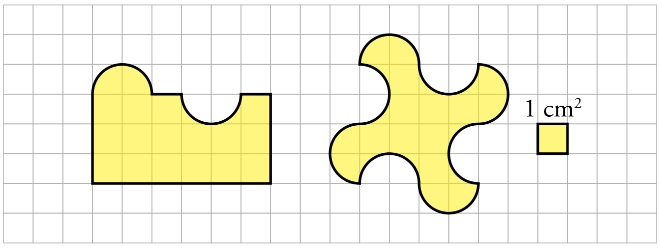


El triángulo coloreado de rojo es $\frac{1}{4}$ del triángulo mediano, y el triángulo mediano es $\frac{1}{4}$ del triángulo grande.

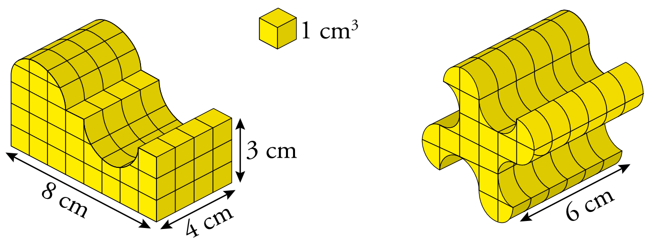
Por tanto, en el triángulo grande caben $4 \cdot 4 = 16$ triángulos como el rojo.

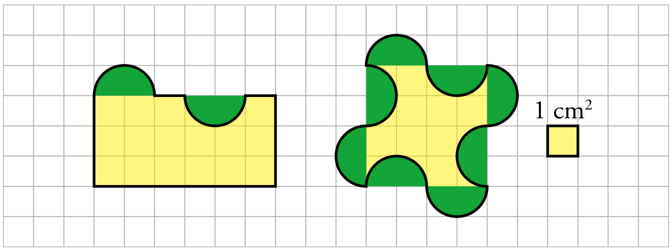
La fracción coloreada es de $\frac{1}{16}$.

46 **Calcula, en centímetros cuadrados, la superficie de estas figuras:**



Calcula, en centímetros cúbicos, el volumen de estas figuras:





En la figura de la izquierda hay 16 cuadrados enteros, y podemos completar 2 más si unimos los fragmentos que tienen lados semicirculares. En total, el área es de 18 cm^2.

En la figura de la derecha hay 8 cuadrados enteros, y uniendo de dos en dos los fragmentos que tienen lados semicirculares, conseguimos 8 cuadrados más. En total, el área es de 16 cm^2.

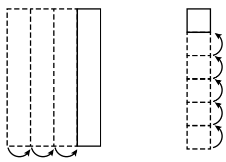
En el caso de las figuras en el espacio, el volumen de la figura izquierda será equivalente al volumen del prisma de base 8 cm × 4 cm y altura 3 cm.

Por tanto, el volumen buscado es: $8 \cdot 4 \cdot 3 = 96$ cm^3.

El volumen de la figura de la derecha es el mismo que el de un prisma cuya base es un cuadrado de 4 cm de lado y cuya altura mide 6 cm, es decir, su volumen es igual a $4 \cdot 4 \cdot 6 = 96$ cm^3.

Áreas: 18 cm^2 y 16 cm^2; volúmenes: 96 cm^3 y 96 cm^3

47 **Una hoja de papel con forma de rectángulo tiene un perímetro de 80 cm. Si la pliego en cuatro a lo largo y luego en seis a lo ancho, obtengo un cuadrado. ¿Cuáles son las dimensiones del papel?**

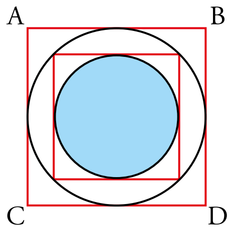


Al realizar los pliegues, la hoja queda dividida en $6 \cdot 4 = 24$ cuadrados, con 20 lados situados formando el perímetro de la hoja. Como sabemos que el perímetro es de 80 cm:

$$\frac{80}{20} = 4 \text{ cm cada lado}$$

Así, la hoja de papel tiene un ancho de $4 \cdot 4 = 16$ cm y un largo de $4 \cdot 6 = 24$ cm.

48 **Sabiendo que el área del círculo azul es 3,14 m^2, ¿cuál es el área del cuadrado ABCD?**



NOTA: Recuerda que el área de un círculo es igual al producto de π por el radio al cuadrado (πr^2).

Área círculo azul = $\pi r^2 = \pi \to r = 1$

El lado del cuadrado rojo interior es igual al diámetro del círculo azul, por tanto, $l = 2$ m.

Para averiguar el lado del cuadrado rojo ABCD, nos basta con conocer el radio del círculo grande, que es igual a la diagonal del cuadrado rojo interior, de lado 2:

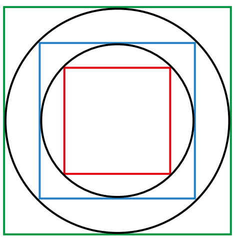
$R^2 = 1^2 + 1^2 \to R = \sqrt{2}$ m

Así, el lado del cuadrado exterior mide $2\sqrt{2} \to A = (2\sqrt{2})^2 = 8$ cm^2

El área del cuadrado ABCD es 8 cm^2.

Página 20

49 **Si el área del cuadrado de contorno rojo es 25 m^2, ¿cuál es el área del que tiene contorno azul? ¿Y del que tiene contorno verde?**



Como el área del cuadrado rojo es de 25 m^2, su lado mide 5 m, por lo que su diagonal, que es el diámetro del círculo que lo contiene, y también la medida del lado del cuadrado azul, mide:

$$d^2 = 5^2 + 5^2 \to d = \sqrt{50}$$

Por tanto, el área del cuadrado azul:

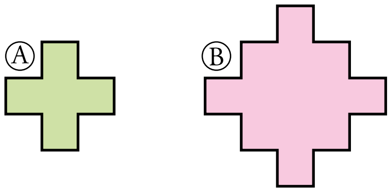
$$A_{\text{AZUL}} = \sqrt{50}^2 = 50 \text{ m}^2$$

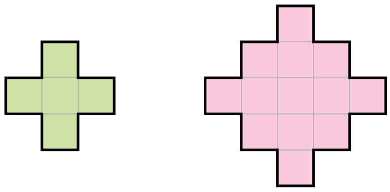
La diagonal del cuadrado azul es el diámetro del círculo que lo contiene, y también el lado del cuadrado verde:

$$d^2 = \sqrt{50}^2 + \sqrt{50}^2 \to d = \sqrt{100}$$

$A_{\text{VERDE}} = \sqrt{100}^2 = 100$ m^2

50 **Sabiendo que el área de la figura A es de 20 cm², ¿cuál es el perímetro de la figura B?**





Podemos dividir las figuras en cuadrados del mismo tamaño. La figura A tiene 5 cuadrados dentro, y la B, 13.

Calculamos el área de cada cuadrado en A:

$\frac{20}{5} = 4$ cm^2 → El lado de cada cuadrado mide 2 cm.

Por tanto, el perímetro de B es: $P = 2 \cdot 20 = 40$ cm

51 **Se ha cercado un corral cuadrado con cinco filas de alambre sostenidas por postes colocados a 2 m de distancia. Se han necesitado 60 postes. El alambre está a 0,45 € el metro y un poste vale 2 €. ¿Cuál ha sido el coste de los materiales empleados?**

Habrá tantos espacios entre postes como postes se han colocado, y, como el corral se ha cercado con 5 filas de alambre, se necesitarán 2 · 5 · 60 = 600 m de alambre.

El coste de cada metro de alambre es de 0,45 €, por tanto, en alambre se invertirán:

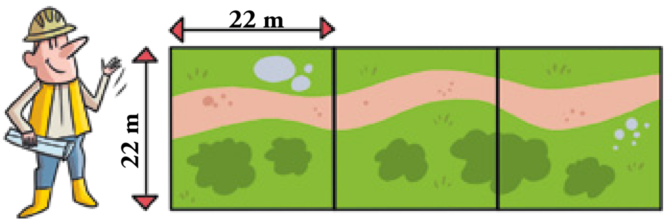
600 · 0,45 = 270 €

Como se han necesitado 60 postes a 2 € cada uno, en postes se ha invertido:

60 · 2 = 120 €

El coste de los materiales ha sido de 600 + 120 = 720 €.

52 **Un constructor ha comprado tres parcelas cuadradas de 22 m de lado cada una. Las parcelas son colindantes y están alineadas.**



¿Cuánto le costará cercar el terreno con una alambrada que viene en rollos de 20 m a 70 € el rollo?

Para cercar el terreno necesitará 22 · 8 = 176 m de alambrada.

Cada rollo contiene 20 metros, por tanto, necesitará:

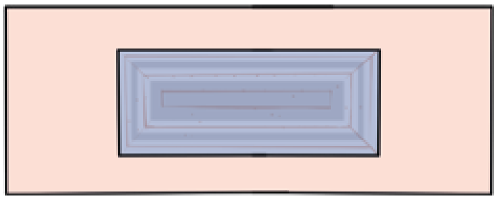
$\frac{176}{20} = 8,8$ rollos

Es decir, necesitará 9 rollos completos.

9 · 70 = 630 €

Cercar el terreno le costará 630 €.

53 **Una alfombra de 4 m por 3 m está centrada en el suelo de un salón rectangular y ocupa la cuarta parte del piso. Los bordes más cortos de la alfombra quedan a 2 m de la pared. ¿A qué distancia de la pared quedan los bordes más largos?**



$A_{\text{ALFOMBRA}} = 4 \cdot 3 = 12 \text{ m}^2$

$A_{\text{PISO}} = 4 \cdot A_{\text{ALFOMBRA}} = 48 \text{ m}^2$

El lado largo del piso mide: $4 + 2 + 2 = 8$ m

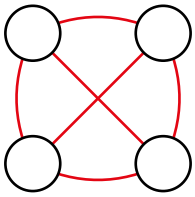
El lado corto medirá: $\dfrac{48}{8} = 6$ m

Por tanto: $6 = 3 + d + d \to d = 1{,}5$ m

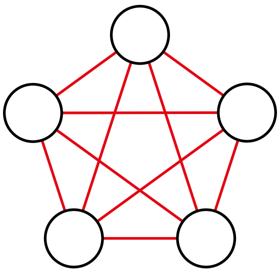
Los bordes más largos quedan a 1,5 m de las paredes.

54 **¿Cuántos tramos de carretera son necesarios para comunicar cuatro ciudades de forma que desde cada una se pueda llegar a cualquier otra sin pasar por una tercera? ¿Y para comunicar cinco ciudades? ¿Y para comunicar seis ciudades?**

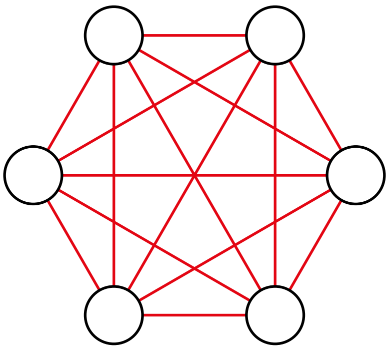
– Para comunicar 4 ciudades, se necesitarán 6 tramos de carretera:



– Para comunicar 5 ciudades, se necesitarán 10 tramos de carretera:

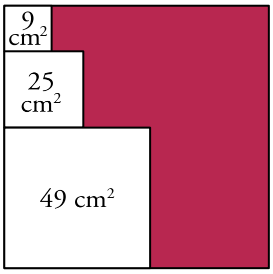


– Para comunicar 6 ciudades, se necesitarán 15 tramos de carretera:

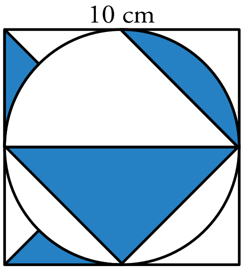


55 Calcula el área de la parte coloreada en cada una de las figuras siguientes:

a)



b)



a) Los lados de los cuadrados interiores, de pequeño a grande, miden 3 cm, 5 cm y 7 cm, por lo que el lado del cuadrado grande medirá: 3 + 5 + 7 = 15 cm.

Así, el área buscada será:

$A_{\text{COLOREADA}} = 15^2 - 49 - 25 - 9 = 142 \text{ cm}^2$

b) El lado del cuadrado grande mide 10 cm, que es igual al diámetro de la circunferencia. La base del triángulo azul mide 10 cm y su altura mide la mitad del lado del cuadrado exterior, 5 cm, por tanto:

$$A_{\text{TRIÁNGULO AZUL}} = \frac{10 \cdot 5}{2} = 25 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{CÍRCULO}} = \pi r^2 = \pi \cdot 5^2 = 25\pi \approx 78{,}5 \text{ cm}^2$$

Para calcular el área del segmento circular coloreado, dividimos el área del círculo entre 2, le restamos el área del triángulo azul y el resultado lo dividimos entre dos:

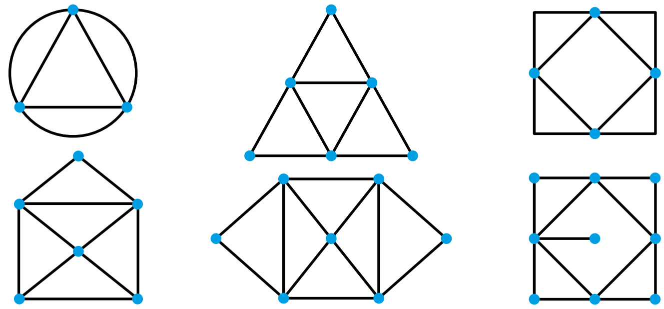
$$A_{\text{SEGMENTO CIRCULAR}} \frac{(78{,}5 : 2) - 25}{2} = 7{,}125 \text{ cm}^2$$

Nos falta calcular el área de los dos fragmentos azules exteriores al círculo, que si los juntamos será igual a:

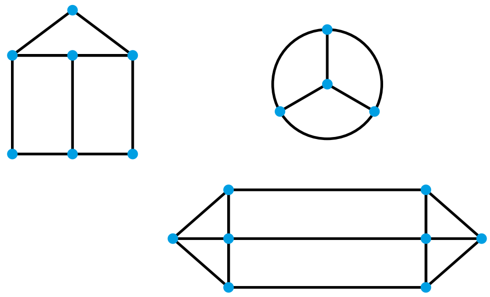
$$A = \frac{A_{\text{CUADRADO}} - A_{\text{CÍRCULO}}}{4} = \frac{100 - 78{,}5}{4} = 5{,}375 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{COLOREADA}} = 25 + 7{,}125 + 5{,}375 = 37{,}5 \text{ cm}$$

56 **Comprueba que todas estas figuras se pueden dibujar sin levantar el lápiz y sin pasar dos veces sobre el mismo tramo:**



Sin embargo, no lo conseguirás con estas otras:

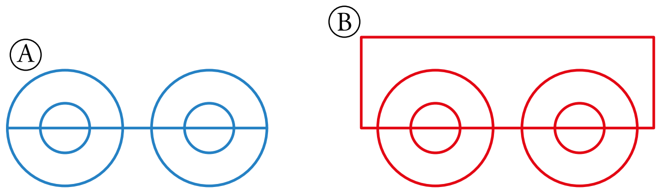


Observa que hay vértices con un número par de ramas (2 o 4) y otros con un número impar (1, 3 o 5). Fíjate que aquellas figuras en las que no se puede tienen más de 2 vértices con un número impar de ramas.

- **Inventa una figura en la que se cumpla la condición y otra en la que no.**

Respuesta abierta.

57 **Busca la manera de dibujar cada figura sin levantar el lápiz y sin repasar ningún tramo.**

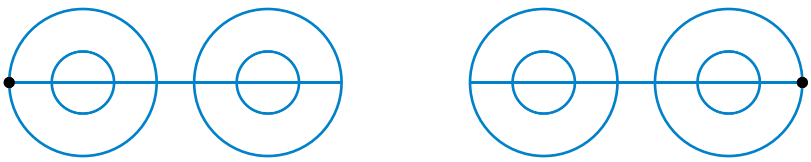


a) ¿Desde cuántos puntos se puede iniciar el trazado de la figura A?

b) ¿Y el de la figura B?

Respuesta abierta.

a) Desde dos puntos.

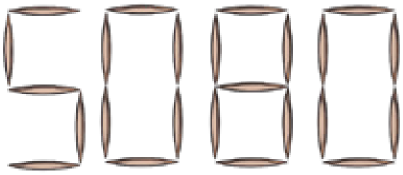


b) Desde cualquier punto.

Página 21

TÚ MUEVES, PALILLOS O FICHAS

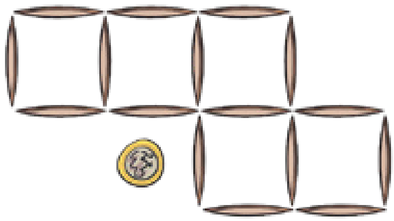
58 **En la ilustración aparece el número 5 080 representado con palillos. ¿Cuál es el mayor número que podrías representar moviendo solo dos palillos? ¿Y moviendo tres palillos?**



Moviendo dos palillos, 50 501.

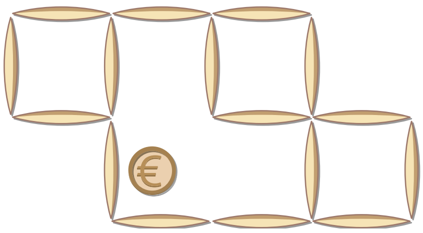
Moviendo tres palillos, 97 801.

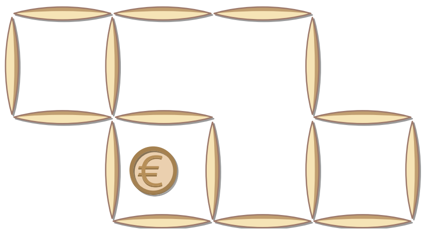
59 **Observa el dibujo y responde a los siguientes apartados:**



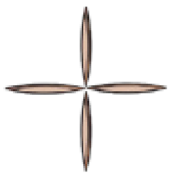
a) Desplazando 2 palillos se forman cuatro cuadrados. La moneda queda dentro de uno de ellos.

b) Desplazando 2 palillos se forman cuatro cuadrados. La moneda queda dentro de dos de ellos.

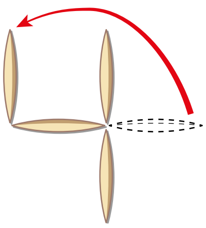
a) 

b) 

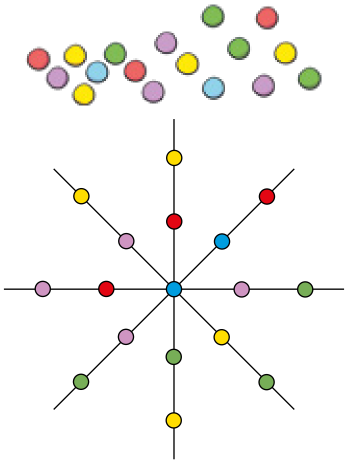
60 **¡Medio en broma, medio en serio! Moviendo solo un palillo, forma un cuadrado perfecto. ¿Sabrías hacerlo?**



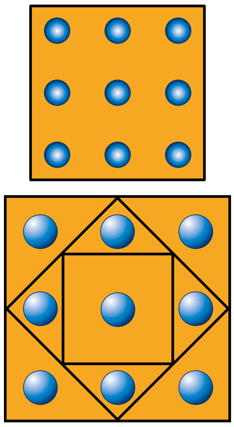
El número $4 = 2^2$ es un cuadrado perfecto.



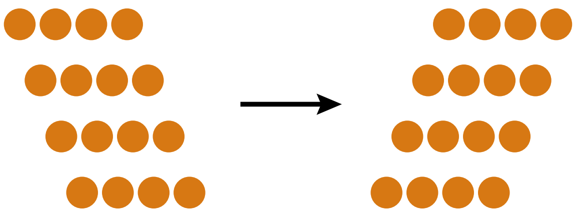
61 **Coloca 17 fichas en 4 filas, de modo que en cada fila haya 5 fichas.**



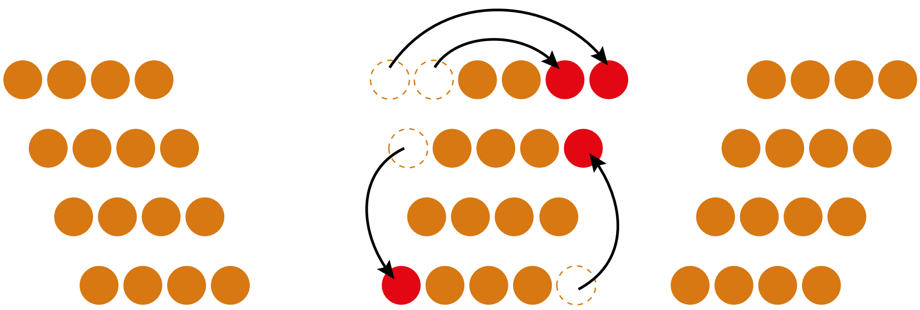
62 **Inserta dos cuadrados en esta figura, de modo que los nueve puntos queden aislados.**



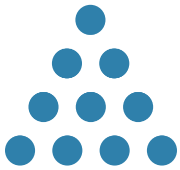
63 **¿Cuántas fichas es necesario mover para transformar una figura en la otra?**



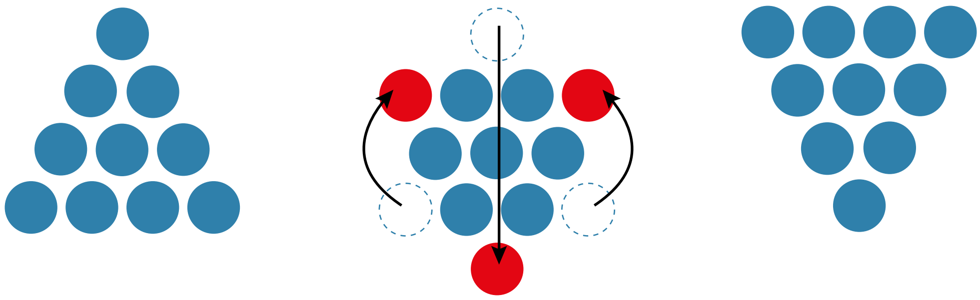
Hay que mover 4 fichas:



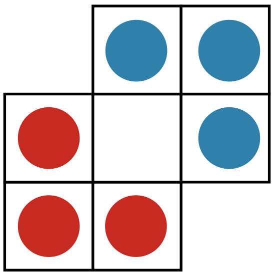
64 **Consigue invertir el triángulo (con el vértice hacia abajo) moviendo la menor cantidad posible de fichas.**



Hay que mover 3 fichas:



65 **El objetivo de este juego es intercambiar las fichas rojas y las azules con el mínimo número de movimientos:**

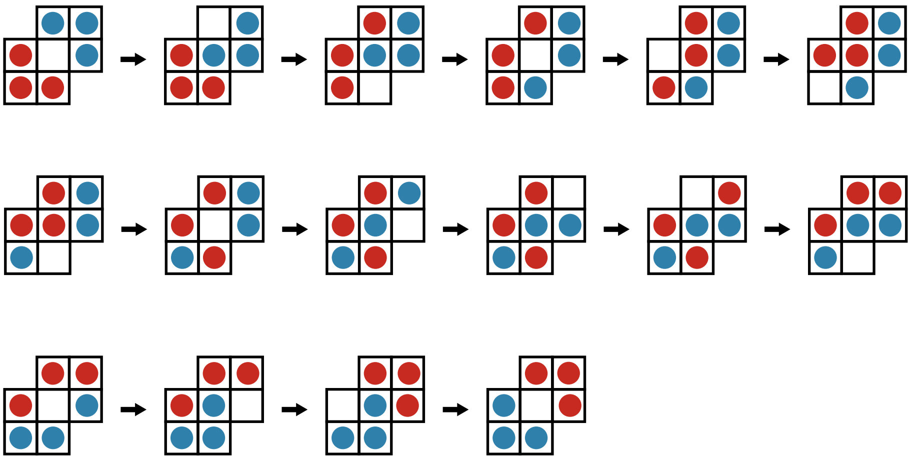


Reglas:

- **Una ficha puede moverse a la casilla contigua vacía.**
- **Una ficha puede saltar sobre otra de diferente color para caer en una casilla vacía.**

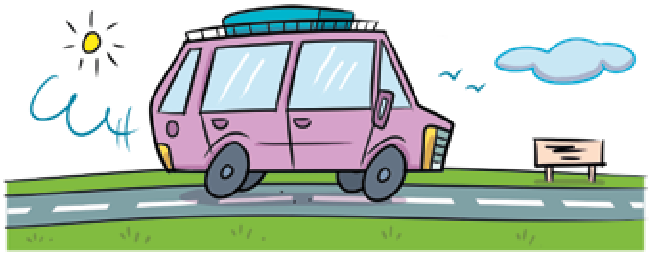
Juega y tantea hasta conseguir el objetivo.

Respuesta abierta (15 pasos).



LÓGICA

66 **Un matrimonio viaja en su coche con su hija de 12 años y su hijo de 2. Cada uno se entretiene en el viaje con una actividad diferente: conducir, dormir, leer y comer.**



El padre ni duerme ni lee. La madre si lee, se marea, y jamás come en los viajes. Si el niño está despierto, no deja leer a su hermana. ¿Qué actividad realiza cada uno?

PADRE: Ni duerme ni lee. → Conduce o come.

MADRE: Si lee, se marea, y no come. → Conduce o duerme.

HIJO: Si está despierto, no deja leer a su hermana.

Como el hijo tiene 2 años, no puede ni conducir ni leer, por tanto, o duerme o come.

HIJA: No puede conducir, ya que tiene 12 años, por lo que, o come o duerme o lee.

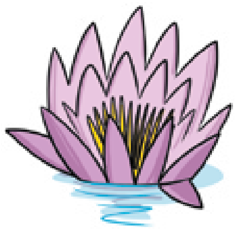
Con estas condiciones, la única que puede leer es la hija, por lo que el hijo debe dormir, la madre conducirá y el padre tendrá que comer.

La madre conduce, el padre come, la hija lee y el hijo duerme.

67 **Carmen tenía anteayer 13 años y, sin embargo, el año que viene cumplirá 16. ¿Cómo es posible?**

Por ejemplo: Carmen anteayer, 30 de diciembre de 2024, tenía 13 años. Ayer, 31 de diciembre de 2024, cumplió 14 años. Hoy, 1 de enero de 2025, tiene 14 años, y el año que viene, el 31 de diciembre de 2026, cumplirá 16 años.

68 **Un nenúfar, en un lago, dobla su tamaño todos los días. En un mes, cubre todo el lago.**



¿Cuánto tiempo tardarán dos nenúfares en cubrir todo el lago?

Dos nenúfares tardarán un mes menos un día en cubrir todo el lago, ya que, en un mes, el nenúfar cubre todo el lago, y el día anterior cubre la mitad, dejando al otro nenúfar que pueda cubrir la mitad que falta.